3°/ Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$. On donne A et B deux points d'affixes respectives z_1 et z_2.

Prouver que OAB est un triangle isocèle rectangle.

Exercice 20 :

1°/ Montrer que : $1+e^{i\alpha}=2\cos(\frac{\alpha}{2})e^{i\frac{\alpha}{2}}$ avec $\alpha\in\mathbf{R}$.

$$1-e^{i\alpha}=-2i\sin(\frac{\alpha}{2})e^{i\frac{\alpha}{2}}$$

2°/ Résoudre dans **C** :

a) $z^{2n}+z^n+1=0$ où $n\in\mathbf{N}^*$

b) $\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^n+\left(\frac{1-z}{1+z}\right)^n+1=0$ (on pourra utiliser le 1°/ pour donner une écriture simple des solutions).

Exercice 21 :

Soit t un réel de l'intervalle $]0,\frac{\pi}{2}[$ et $\Re(o,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé de P.

1°/ a) Résoudre dans **C** l'équation d'inconnu z

$(E_t): z^2-2(1+\cos 2t)z+2(1+\cos 2t)=0$ (on notera z_1 la solution dont la partie imaginaire est strictement positive et z_2 l'autre solution).

b) Mettre z_1 sous forme trigonométrique.

2°/ soit A, M et M_1 les points d'affixes respectives 1, $1+e^{it}$ et z_1.

a) Ecrire en fonction de t les affixes des vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{AM}$.

b) En déduire une relation entre $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{AM}$.

Que peut-on conclure sur les droites (OM_1) et (AM)?

Exercice 22 :

Pour tout nombre complexe z on pose

$f(z)=z^3+2(-\sqrt{3}+i)z^2+4(1-i\sqrt{3})z+8i$

1°/ a) Montrer que l'équation $f(z)=0$ possède une racine imaginaire pure z_0 que l'on déterminera.